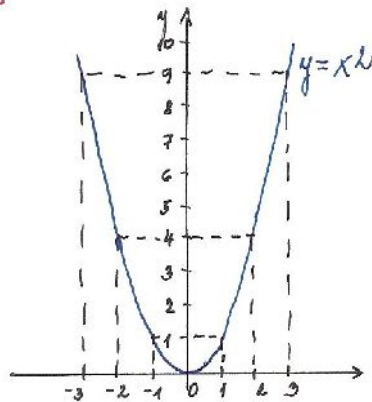


4. Grafické řešení kvadratické rovnice

- vykreslíme graf kvadratické funkce
- KVADRATICKÁ FUNKCE: dána předpisem $f: y = ax^2 + bx + c$ $a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$
- grafem: PARABOLA (může být čára, podle def. oboru)
- pokud $a=1, b=c=0 \Rightarrow f: y = x^2$

x	0	1	-1	2	-2	3	-3
y	0	1	1	4	4	9	9



- ŘEŠENÍ KVADR. RCE GRAFICKY

(1. přík.)

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x^2 = -px - q$$

$$f: y = x^2$$

$$g: y = -px - q$$

- nakreslíme obě

funkce a hledáme

x-ové souřadnice spoličných bodů (přesčítků)

2 spol. body $\Rightarrow$ 2 různé křivé kořeny

1 spol. bod $\Rightarrow$ 1 dvojnásobný reálný kořen

žádný spol. bod $\Rightarrow$ řešení v $\mathbb{R}$ neexistuje

Příklady

① Řeš v $\mathbb{R}$ graficky

a) $x^2 - x - 2 = 0$

$$x^2 = x + 2$$

$$f: y = x^2$$

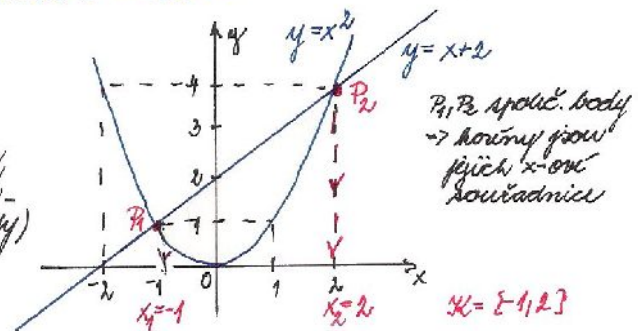
$$g: y = x + 2$$

x	1	2	-1	-2
y	1	4	1	4

x	0	2
y	2	4

budeme dále jít symetrií

(lin. fce
- grafem
přesčítků -
2 body)



b) $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 = 0$ $| \cdot 2$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

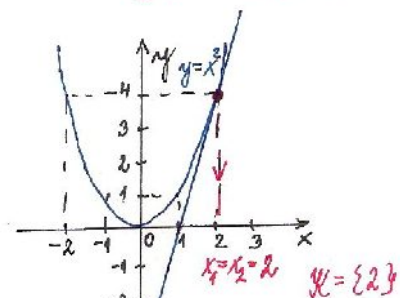
$$x^2 = 4x - 4$$

$$f: y = x^2$$

$$g: y = 4x - 4$$

nahl. parabola
(body symetrií)

x	0	2
y	-4	4



c) $-2x^2 + 4x - 4 = 0$ $| \cdot (-1)$

$$2x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x^2 - 2x + 2 = 0$$

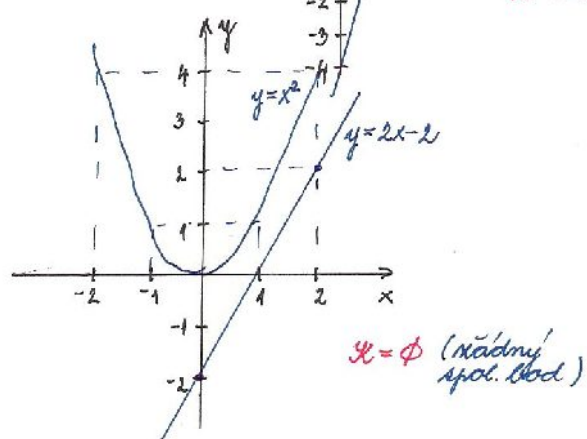
$$x^2 = 2x - 2$$

$$f: y = x^2$$

$$g: y = 2x - 2$$

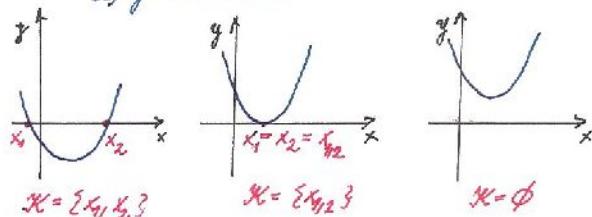
nahl. parabola

x	0	2
y	-2	2

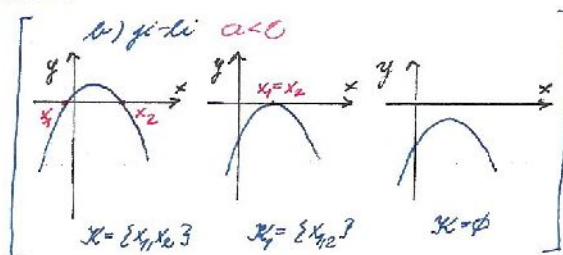


2. typ. s myšlením grafu kvadr. funkce $f: y = ax^2 + bx + c$ $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$
 - grafem paraboly (může být i část - podle D)

a) je-li $a > 0$



b) je-li $a < 0$



- myšlením redukování (kčv n. 2. moc. - KVADRATICKÉ FUNKCE)

$a = 1 \Rightarrow$ ke parabole

na tvar
 $y = x^2 - 4x + 1$
 $y = (x-2)^2 - 4 + 1$

$y - y_0 = (x - x_0)^2$

$y = (x - x_0)^2 + y_0$

(doplníme na kv. rovnici)

$y = (x - 2)^2 - 3 \Rightarrow V[2, -3]$

$V[x_0, y_0]$
 ...metoda
 paraboly

Příklad

2) Řešit graficky v R

a) $x^2 - 2x - 3 = 0$

$f: y = x^2 - 2x - 3$ $g: y = 0$... osa x

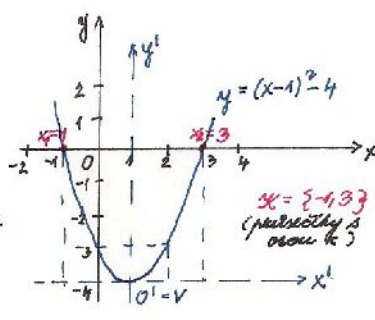
doplníme na druhou (využ. $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$)

$y = (x-1)^2 - 1 - 3$
 $x^2 - 2x + 1 - 1 - 3$

$y = (x-1)^2 - 4$

$y = (x-x_0)^2 + y_0 \Rightarrow V[1, -4] = 0'$

nalezneme
 osu paraboly $y = x^2$
 do posunutí
 rovn. souř.
 - $0', x', y'$



b) $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 = 0$ i. 2

$x^2 - 4x + 4 = 0$

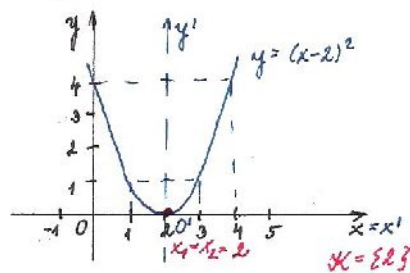
$f: y = x^2 - 4x + 4$

$y = (x-2)^2$

$y = (x-2)^2 - 4 + 4$

$y = (x-2)^2 + 0$

$V[2, 0] = 0'$



c) $-3x^2 + 6x - 6 = 0$ i. (-1)

$3x^2 - 6x + 6 = 0$ i: 3

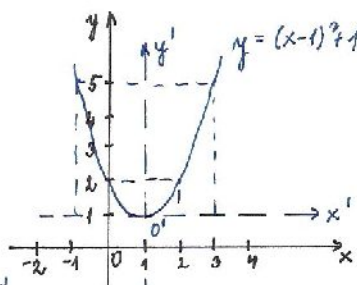
$x^2 - 2x + 2 = 0$

$f: y = x^2 - 2x + 2$

$y = (x-1)^2 + 1 + 2$

$y = (x-1)^2 + 3$

$V[1, 3] = 0'$



$X = \emptyset$
 (žádný průsečík
 s osou x)

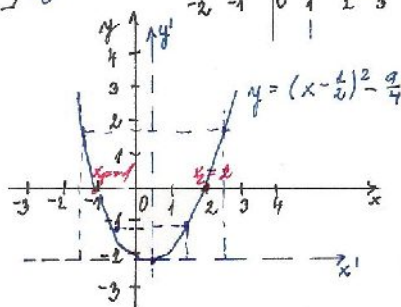
d) $x^2 - x - 2 = 0$

$f: y = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} - 2$

$x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - 2$

$y = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4}$

$V[\frac{1}{2}, -\frac{9}{4}] = 0'$



může být
 nalezen (koním
 sice mohl být)

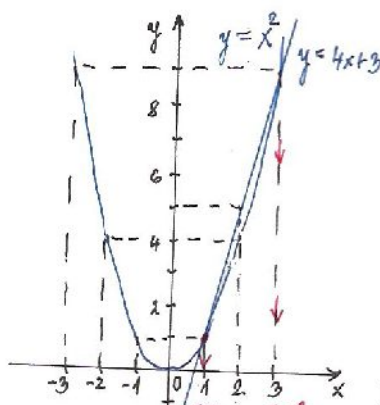
③ Řešit graficky oběma způsoby

a) $x^2 - 4x + 3 = 0$

(1. zp.) $x^2 - 4x + 3 = 0$

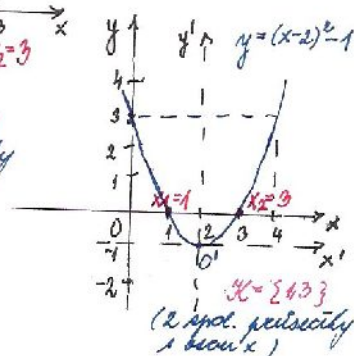
$x^2 = 4x - 3$
 $f: y = x^2$ $g: y = 4x - 3$
 (nahl. parabol.)

x	0	2
y	-3	5



(2. zp.) $x^2 - 4x + 3 = 0$
 $f: y = x^2 - 4x + 3$ $g: y = 0$ (osou x)

$y = (x-2)^2 - 4 + 3$
 $y = (x-2)^2 - 1$ $V[2, -1]$
 (nahl. par. do polárního soust. souř.)

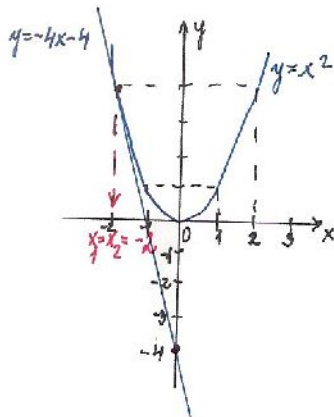


b) $\frac{1}{2}x^2 = -2x - 2$

(1. zp.) $\frac{1}{2}x^2 = -2x - 2$ i.2

$x^2 = -4x - 4$
 $f: y = x^2$ $g: y = -4x - 4$

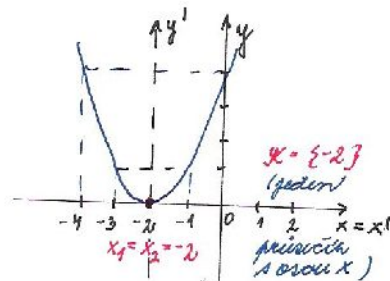
x	0	-2
y	-4	4



$x = \{-2\}$ jediný společný průsečík

(2. zp.) $\frac{1}{2}x^2 = -2x - 2$ i.2
 $x^2 = -4x - 4$ anul.

$x^2 + 4x + 4 = 0$
 $f: y = x^2 + 4x + 4$
 $y = (x+2)^2 - 4 + 4$
 $y = (x+2)^2$ $V[-2, 0]$



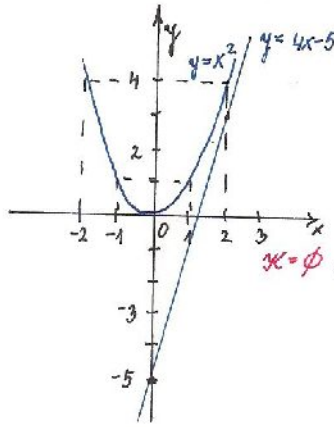
$x = \{-2\}$ (jeden) průsečík s osou x

c) $x^2 - 4x + 5 = 0$

(1. zp.) $x^2 = 4x - 5$

$f: y = x^2$ $g: y = 4x - 5$

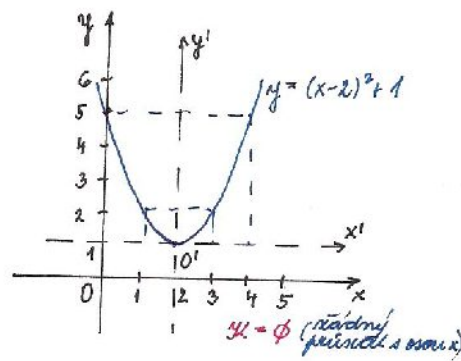
x	0	2
y	-5	3



$x = \emptyset$ (žádný společný průsečík)

(2. zp.) $x^2 - 4x + 5 = 0$

$f: y = x^2 - 4x + 5$
 $y = (x-2)^2 - 4 + 5$
 $y = (x-2)^2 + 1$ $V[2, 1]$



$x = \emptyset$ (žádný průsečík s osou x)